

Урок №18 (15.11.2007)

Принцип суперпозиции. Отражение волн. Стоячие волны.

0. Краткое повторение.

- Продольные и поперечные волны.
- Расстояние между ближайшими точками среды, находящимися в одной фазе колебания, называется длиной волны (λ).
- Максимальное смещение, испытываемое точкой среды в процессе распространения волны, называется *амплитудой волны* (A).
- Число гребней, проходящих через некоторую точку среды за единицу времени, называется *частотой* (f) – обратим внимание, что другими словами это просто частота колебаний точки среды.
- Математическое уравнение волны: $D(x,t) = D_M \sin(kx - \omega t)$, где ω – круговая частота, а $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число.
- Фаза волны: $kx - \omega t$.
- Фронт волны – множество точек пространства с одинаковой фазой.
- Волна переносит энергию и импульс, но не переносит вещество.
- Скорость распространения волны $v = \lambda/T$, где $T = 1/f$ – период волны.
- Для скорости распространения волны справедливо выражение: $v \sim \sqrt{\frac{F}{\mu}}$, где F характеризует силы упругого взаимодействия частиц среды между собой, а μ – массу этих частиц.
- *Интенсивностью* (I) волны называется энергия, переносимая волной за единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную направлению распространения волны. $I \sim A^2 \cdot f^2$

1. Сферическая волна.

Модель сферической волны: бесконечная кубическая решётка, в узлах расположены частицы, рёбра – пружинки; одна из частиц сдвигается из положения равновесия...

У сферической волны (фактически, у любой волны от точечного источника) площадь распространения – это площадь сферы $4\pi r^2$, пропорциональна квадрату расстояния до источника. Из закона сохранения энергии следует, что $A^2 S = const$, откуда получим:

$\frac{A_1}{A_2} = \frac{r_1}{r_2}$, т.е. закон затухания сферической волны.

Очевидно, что для интенсивности волны справедливо отношение: $\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2}$.

Полученный закон справедлив для самых разных волн: звуковых, ударных, световых, сейсмических и т.д.

В идеальной одномерной волне интенсивность и амплитуда не уменьшаются.

2. Принцип суперпозиции.

При прохождении нескольких волн через одну точку пространства, смещение в этой точке равно сумме (или векторной сумме) смещений от отдельных волн. Этот принцип носит название *принцип суперпозиции*. В данном случае мы говорим о мгновенном смещении.

Когерентными называют две волны, разность фаз в которых остаётся постоянной во времени для любой точки пространства, через которую проходят эти волны.

Если две волны имеют постоянный сдвиг фаз в разных точках, т.е. *когерентны*, то при их сложении наблюдается *интерференция*. Соответственно в разных точках пространства волны могут как гасить друг друга (гасящая интерференция), так и усиливать друг друга (усиливающая интерференция).

В случае бегущей волны при интерференции уменьшается амплитуда волны в данной точке; в разные моменты времени, при этом, отклонение различно!

При интерференции не обязательно, чтобы волны были «одинаковыми». Например представим себе две плоские волны, распространяющиеся по воде в разных направлениях – в этом случае длина волн может быть различна, но если правильно подобрать направления распространения волн, то может возникнуть интерференционная картина.

3. Отражение волны

Рассмотрим распространение волны вдоль верёвки, лежащей на абсолютно гладком столе. Заставим один конец верёвки совершать поперечные колебания. Можно мысленно проследить за распространением волны вдоль верёвки с течением времени.

Представим теперь себе, что верёвка не бесконечна; возможны два случая – её конец закреплён, или остаётся свободным. И в том, и в другом случае происходит *отражение волны*.

При отражении волны от *закрепленного края*, фаза волны меняется на π , при отражении от *свободного края* – не меняется.

4. Стоячие волны

Рассмотрим две волны с одинаковой амплитудой и частотой, распространяющиеся навстречу друг другу:

$D_1 = D_M \sin(kx - \omega t)$, $D_2 = D_M \sin(kx + \omega t)$. Согласно принципу суперпозиции сумма двух волн будет $D = D_1 + D_2 = D_M [\sin(kx - \omega t) + \sin(kx + \omega t)]$.

$$\sin \theta_1 + \sin \theta_2 = 2 \sin \left[\frac{1}{2}(\theta_1 + \theta_2) \right] \times \cos \left[\frac{1}{2}(\theta_2 - \theta_1) \right]$$

В итоге получаем, $D = 2D_M \sin kx \cdot \cos \omega t$.

Заметим, что $D|_{x=0} = D|_{x=L} = 0$ – струна закреплена, что выполняется при $kL = n\pi$.

Вспомним, что $k = 2\pi/\lambda$, откуда $\lambda_n = 2L/n$.

Обратим внимание, что частицы колеблются с амплитудами $2D_M \sin kx$, т.е. в разных точках стоячей волны амплитуды разные. В точках с $x = \lambda/4, 3\lambda/4, 5\lambda/4 \dots$ амплитуда стоячей волны имеет максимум.

Энергия в стоячей волне не переносится.

- Механизм возникновения стоячей волны.
- Узлы и пучности.
- Собственная (резонансная) частота.
- Гармоники (моды) и основной тон. $L = n\lambda_n/2$, где L – фиксированная длина струны, а λ_n – длина волны моды.